1 गणित
प्रैक्टिस पेपर

1. समीकरण $x^2 - (2\tan a)x - 1 = 0$ के हमेशा हैं-

(a) बराबर मूल (b) वास्तविक मूल

(c) पूर्णांक मूल (d) इनमें से कोई नहीं

2. आव्यूह $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ का अभिलाक्षणिक मान होगा-

(a) $1, \pm\sqrt{5}$ (b) $1, -1, 1$

(c) $1, 2, 0$ (d) $0, 0, 1$

3. गुणात्मक समूह $G = \{1, -1, i, -1\}$ के उपसमूह $H = \{1, -1\}$ द्वारा जनित सहसमुच्चय वियोजन हैं-

(a) $\{1, -1$ और $\{i, -i\}$ (b) $\{1, -1\}$ और $\{1, -i\}$

(c) $\{1, -1\}$ और $\{1, i\}$ (d) $\{1, -i\}$ और $\{-1, i\}$

4. $\sin^p x \cos^q x$ का एक महत्तम बिन्दु होगा-

(a) $x = \tan^{-1}\sqrt{\frac{p}{q}}$ (b) $x = \tan^{-1}\sqrt{\frac{q}{p}}$

(c) $x = \tan^{-1}\left(\frac{p}{q}\right)$ (d) $x = \tan^{-1}\left(\frac{q}{p}\right)$

5. यदि $x^2 - 3x + k = 10$ के मूलों का गुणनफल -2 हो, तो k का मान होगा-

(a) -2 (b) 8

(c) 12 (d) -8

6. यदि समीकरण $x^2 - px + 8p - 15 = 0$ के दोनों मूल समान हैं, तो p का मान है-

(a) 3 या 5 (b) 2 या 5

(c) 3 या 4 (d) 2 या 30

7. यदि $T : R^3 \to R^2$ एक रैखिक रूपान्तरण है, इस प्रकार $T(a, b, c) = (a, b) \forall (a, b, c) \in R^3$, तब T की अष्टि है-

(a) $(0, 0, c)$ (b) $(a, 0, 0)$

(c) (0, b, 0) (d) इनमें से कोई नहीं

8. यदि $x = \theta - \sin\theta, y = 1 - \cos\theta$, तब $\frac{d^2y}{dx^2}$ का $(\pi, 2)$ पर मान होगा-

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $-\frac{1}{5}$

(c) $-\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

9. रोले प्रमेय, फलन $f(x) = x^2 - 4$ ..... अन्तराल के लिए सत्य है-

(a) $[-2, 0]$ (b) $[-2, 2]$

(c) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ (d) $[0, 2]$

10. $y = \frac{1}{\sqrt{|x| - x}}$ फलन का डोमेन होगा-

(a) $(-\infty, 0)$ (b) $(\infty, 0)$

(c) $(-\infty, -1)$ (d) $(-\infty, \infty)$

11. समीकरणों $-2x + y + z = a$
$x - 2y + z = b$
$x + y - 2z = c$
का कोई हल नहीं होगा जब तक कि-

(a) $a + b + c = 1$ (b) $a + b + c = -1$

(c) $a + b + c = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं

12. यदि $(1 + x)^{18}$ के प्रसार में $(2r + 4)$ वें और $(r - 2)$ पद के गुणांक बराबर हों, तो r होगा-

(a) 2 (b) -2

(c) 6 (d) 8

13. श्रेणी $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$ का योगफल होगा-

(a) $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$ (b) $\frac{n(n+1)(n+2)}{2}$

(c) $\frac{n^2(n+1)}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

14. श्रेणी $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2^2 + 3^3}\right) - .....$ का मान है-

(a) $\log_e 2$ (b) $\log_e 3$

(c) $\log_e \sqrt{2}$ (d) $\log_e \sqrt{3}$

15. यदि ${}^nC_r = {}^nC_{r-1}$ और ${}^nP_r = {}^nP_{r+1}$ तब n और r का मान है-

(a) $n = 2, r = 3$ (b) $n = 1, r = 2$

(c) $n = 3, r = 2$ (d) $n = 2, r = 1$

16. यदि द्विघात समीकरण $x^2 + px + q = 0$ के मूल क्रमशः $\tan 30^\circ$ और $\tan 15^\circ$ हों, तब $2 + q - p$ का मान है-

(a) 2 (b) 3

(c) 0 (d) 1

17. पूर्णांकों के समुच्चय N पर एक सम्बन्ध R, aRb यदि a विभाजित करता b के द्वारा परिभाषित है, तब R है-

(a) स्वतुल्य एवं सममित
(b) संक्रमक एवं सममित
(c) स्वतुल्य एवं संक्रमक
(d) एक तुल्यता सम्बन्ध

18. यदि $y = \sin^{-1} x + \sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$, तब $\frac{dy}{dx} = ?$

(a) 0 (b) 1
(c) $\sin x$ (d) इनमें से कोई नहीं

19. निम्नलिखित समुच्चयों में दिए गए सूचित संक्रियाओं के साथ समूह है-

(a) $G = \{1, 3, 7, 9\} : X_{10}$
(b) $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} : X_6$
(c) $G = Z$; $mon = m - n$ जबकि $m, n, \in Z$
(d) G = {A : A धनात्मक वास्तविक संख्याओं से बना 2×2 आव्यूह है}: आव्यूह का गुणनफल

20. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में निम्नलिखित सम्बन्ध बताए गए हैं। इनमें से कौन-सा सम्बन्ध तुल्यता सम्बन्ध है?

(a) $aRb \Leftrightarrow |a| = |b|$ (b) $aRb \Leftrightarrow |a| \geq |b|$
(c) $aRb \Leftrightarrow a - b \geq 0$ (d) $aRb \Leftrightarrow a - b \leq 0$

21. एक कॉलेज में 25% विद्यार्थी गणित में, 15% विद्यार्थी रसायन शास्त्र में, 10% विद्यार्थी गणित और रसायन शास्त्र दोनों में फेल होते हैं। एक विद्यार्थी जो रसायन शास्त्र में फेल हो उसके गणित में भी फेल होने की क्या प्रायिकता है?

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

22. शब्द VOWELS से कितने शब्द बन सकते हैं यदि शब्द E से प्रारम्भ हो?

(a) 12 (b) 5
(c) 120 (d) 240

23. सारणिक $\begin{vmatrix} a & a_2 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{vmatrix}$ का मान है-

(a) 0 (b) a
(c) a^2 (d) a^3

24. $C_1 - 2C_2 + 3C_3 - .... + (-1)^n {}^nC_n$ का मान है-

(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

25. यदि a, b, c हरात्मक श्रेणी में हों, तब $2a - b, b, 2c - b$ हैं–

(a) गुणोत्तर श्रेणी में (b) समान्तर श्रेणी में
(c) हरात्मक श्रेणी में (d) इनमें से कोई नहीं

26. यदि $X = (-1, 1), f(x) = x^3$ और $f : X \to X$, तब f है-

(a) एकैक अन्तर्क्षेपी (b) एकैकी आच्छादक
(c) बहुएक (d) बहुएक आच्छादक

27. $\sin^{-1}x$ का $\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}$ के सापेक्ष अवकलन है-

(a) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $\sin^{-1} x$
(c) $\cos^{-1} x$ (d) 1

28. अवकल समीकरण

$\left(1-y^2\right)\frac{dx}{dy} yx = ay, (-1 < y < 1)$ **का समाकल गुणांक है-**

(a) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$ (b) $\frac{1}{1-y^2}$
(c) $\frac{1}{y^2-1}$ (d) $\frac{1}{\left(1-y^2\right)^{3/2}}$

29. माना कि $V = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0\}$ और $W = \{(x, y) : xy \geq 0\}$, R^2 के उपसमुच्चय हैं, तब-

(a) V और W उपसमष्टि है
(b) V उपसमिष्ट है लेकिन W नहीं
(c) W उपसमिष्ट है लेकिन V नहीं
(d) V और W उपसमष्टि नहीं हैं

30. यदि दो फलन f और g

(i) $[a; b]$ में सतत हैं
(ii) $]a, b[$ में अवकलनीय हैं
(iii) $f(x) = g'(x) \forall x \in]a,b[$ तब कौन-सा सत्य है?

(a) f और g में नियतांक का अन्तर है।
(b) f और g सदैव समान हैं।
(c) f और g कभी समान नहीं हो सकते हैं।
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं।

31. यदि सदिश $\vec{F}(x, y, z) = (x + 2y + az)\hat{i} + x\hat{k}$ अघूर्णी है तो a का मान है-

(a) 2 (b) 1
(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं

32. निम्नलिखित में कौन सही है?

जहां $i = \sqrt{-1}$

(a) $1 = i > 2 - i$ (b) $2 + i > 1 + i$
(c) $2 - i > 1 + i$ (d) इनमें से कोई नहीं

33. प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N पर एक सम्बन्ध R, $\{(x, y): x, y \in N, 2x + y = 41\}$ के द्वारा परिभाषित है, तब R है-

(a) स्वतुल्य (b) सममित
(c) संक्रमक (d) इनमें से कोई नहीं

34. एक निरीक्षण में देखा गया कि 63% भारतीयों को कॉफी पसन्द है, जबकि 76% को चाय पसन्द है। यदि x% को चाय और कॉफी दोनों पसन्द हैं तब-

(a) $x = 39$ (b) $x = 63$
(c) $39 \leq x \leq 63$ (d) इनमें से कोई नहीं

35. माना कि तीन समुच्चय A, B और C हैं। तब $(A - B) \cup (A - C)$ बराबर होंगे-

(a) $A \cap (B \cap C)$ (b) $A \cup (B - C)$
(c) $A \cap (B - C)$ (d) $A - (B \cap C)$

36. $2|x|+3|y| \le 6$ के द्वारा XY समतल में घिरा हुआ क्षेत्रफल होगा-
(a) 3 वर्ग इकाई (b) 12 वर्ग इकाई
(c) 9 वर्ग इकाई (d) 24 वर्ग इकाई

37. x के किस मान के लिए $(x, 0,7), (1, 2, 1)$ और $(2, -1, 3)$ रैखिक आश्रित हैं?
(a) $x = 3$ (b) $x = 4$
(c) $x = 5$ (d) $x = 6$

38. $\sin^{-1}(\cot\theta)$ बराबर है-
(a) $\log(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)$
(b) $\log(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)$
(c) $\log(\cos\theta + \sin\theta)$
(d) $\log(\cos\theta - \sin\theta)$

39. एक संक्रिया* को वास्तविक संख्याओं पर $a * b = 1 + a + ab$ द्वारा परिभाषित करते हैं, तब संक्रिया-
(a) क्रमविनिमेय है लेकिन साहचर्य नहीं
(b) साहचर्य है लेकिन क्रयविनिमेय नहीं
(c) साहचर्य और क्रमविनिमेय दोनों नहीं
(d) साहचर्य और क्रमविनिमेय दोनों है

40. प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय पर एक सम्बन्ध R, aRb से परिभाषित है कि a और b सह-अभाज्य हैं तब R होगा-
(a) स्वतुल्य एवं सममित (b) संक्रमक एवं सममित
(c) स्वतुल्य एवं संक्रमक (d) एक तुल्यता सम्बन्ध

41. एक चर जिसका मान क्रमशः $0,1, 2, 3, ..., n$ है, एवं उसकी बारम्बारता क्रमशः $q^n, {}^nC_1 q^{n-1}\cdot P, {}^nC_2 q^n, {}^{-2}P^2, ..., P^n$ है तो उसका औसत मान कौन-सा होगा जबकि $p + q = 1$ है?
(a) nq (b) np
(c) $n(p + 1)$ (d) $n(p - 1)$

42. यदि तीन संख्याएं हरात्मक श्रेणी में हैं और यदि उनके विलोमों का योग 15 है एवं उनके विलोमों का गुणनफल 80 है तो संख्याएं होंगी-
(a) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}$ (b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$
(c) $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ (d) $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}$

43. एक त्रिभुज की भुजाएं 15 सेमी, 20 व 25 सेमी हों, तो त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या है-
(a) 5 सेमी (b) 10 सेमी
(c) 12.5 सेमी (d) इनमें से कोई नहीं

44. यदि x समीकरण $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ को सन्तुष्ट करता है तो x के मानों की संख्या अन्तराल $[0, 3\pi]$ में होगी-
(a) 6 (b) 4
(c) 2 (d) 1

45. यदि $f'(x) = 2x \forall x$ और $f(0) = 0$, तब $f(2)$ का मान होगा-
(a) 16 (b) 8
(c) 6 (d) 4

46. सदिशों $\vec{u} = i + 2j - k$, $\vec{v} = -2i + 3k$, $\vec{\omega} = 7j - 4k$ द्वारा निर्मित समान्तर षट्फलक का आयतन होगा-
(a) 23 घन इकाई (b) 33 घन इकाई
(c) – 31 घन इकाई (d) 21 घन इकाई

47. उस समतल का समीकरण क्या होगा जो बिन्दु $-2i + 6j - 6k$, $-3i + 10j - 9k$ तथा $-5i - 6k$ से होकर जाता है?
(a) $r \cdot (2i - j - 2k) = 8$ (b) $r \cdot (2i - j - 2k) = 2$
(c) $r \cdot (2i - j - 2k) = 72$ (d) $r \cdot (2i - j - 2k) = 18$

48. फलन $f(x) = \sqrt{\log_{10}\left(\frac{5x - x^2}{4}\right)}$ का डोमेन होगा-
(a) $[1, -4]$ (b) $(1, 4)$
(c) $[0, -5]$ (d) $[0, 5]$

49. यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ और $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तब निम्न में कौन शून्य आव्यूह है?
(a) $A^2 + 5A + 6I$ (b) $A^2 - 5A + 6I$
(c) $A^2 - 5A - 6I$ (d) $A^2 + 5A - 6I$

50. $3^{4n+2} + 5^{2n+1}$ निम्नलिखित में से किस संख्या से पूर्ण रूप से विभाजित होगी?
(a) 15 (b) 14
(c) 13 (d) 12

51. यदि किसी समूह G में $a^5 = e, aba^{-1} - 1 = b^2$ जब $a, b \in$ G, तब अवयव की कोटि होगी-
(a) 31 (b) 13
(c) 8 (d) इनमें से कोई नहीं

52. $\tan\left[\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right]$ का मान है-
(a) $\frac{6}{17}$ (b) $\frac{7}{16}$
(c) $\frac{17}{6}$ (d) इनमें से कोई नहीं

53. त्रिभुज ABC में, $2ac\sin\frac{1}{2}(A - B - C)$ बराबर होगा-
(a) $a^2 + b^2 - c^2$
(b) $c^2 + a^2 - b^2$
(c) $b^2 - c^2 - a^2$
(d) $c^2 + a^2 - b^2$

54. $\lim_{n\to\infty}\left[\frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + ... + \frac{1}{2n}\right]$ का मान होगा-
(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{8}$
(c) $\frac{\pi^2}{8}$ (d) $\frac{\pi^2}{4}$

55. बिन्दु $P_0(-3, 0, 7)$ से होकर जाने वाली और सदिश $\vec{x} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ के लम्बवत् समतल का समीकरण है-
(a) $5x + 2y + z - 22 = 0$ (b) $5x + 2y + 2z + 22 = 0$
(c) $5x + 2y - z + 22 = 0$ (d) $5x + 2y - 2z - 22 = 0$

56. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$ का मान निम्नलिखित में से कौन-सा है?

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{6}$ (d) इनमें से कोई नहीं

57. वक्र $y = xe^x$ के लिये बिन्दु-

(a) $x = -1$ निम्निष्ठ बिन्दु है

(b) $x = 0$ निम्निष्ठ बिन्दु है

(c) $x = -1$ निम्निष्ठ बिन्दु है

(d) $x = 0$ निम्निष्ठ बिन्दु है

58. फलन $f(x) = |x| + 3$ है-

(a) R पर सतत साथ ही सभी अवकलनीय

(b) R पर सतत लेकिन R पर कहीं भी अवकलनीय नहीं

(c) R पर सतत लेकिन R के कुछ बिन्दु पर अवकलनीय नहीं

(d) R पर सतत नहीं

59. यदि दो संख्याओं का समान्तर माध्य 16 है तथा हरात्मक माध्य $\frac{63}{4}$ है, तो उसका गुणोत्तर माध्य है-

(a) $\sqrt{3}$ (b) $6\sqrt{3}$

(c) $\sqrt{7}$ (d) $6\sqrt{7}$

60. एक त्रिभुज ABC में, $2ab \sin \frac{1}{2}(A + B - C)$ बराबर है

(a) $a^2 - b^2 - c^2$ (b) $b^2 - a^2 - c^2$

(c) $a^2 + b^2 - c^2$ (d) $a^2 + b^2 + c^2$

61. सरल रेखाओं $x\sqrt{3} - y = 5$ तथा $x + y\sqrt{3} = 4$ के बीच का कोण है-

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

62. यदि $|z - 2 - 2i| = 1$, तो $|z|$ का न्यूनतम मान है-

(a) $2\sqrt{2} - 1$ (b) $2\sqrt{2}$

(c) $2\sqrt{2} + 1$ (d) $2\sqrt{2} - 2$

63. यदि किसी अतिपरवलय की उत्केन्द्रता e हो और उसके संयुग्मी अतिपरवलय की उत्केन्द्रता e' हो, तो-

(a) $e^2 + e'^2 = 1$ (b) $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$

(c) $e = \frac{1}{e'}$ (d) इनमें से कोई नहीं

64. यदि r_1, r_2, r_3 किसी ΔABC के बहिर्वृत्त की त्रिज्याएं हों तथा r अन्तः वृत्त की त्रिज्या हो तो, $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} - \frac{1}{r}$ का मान होगा-

(a) 0 (b) 1

(c) –1 (d) इनमें से कोई नहीं

65. सीमा $\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2^2}{n^2}\right)\left(1+\frac{3^2}{n^2}\right)...\left(1+\frac{n^2}{n^2}\right)^{1/n}\right]$ का मान है-

(a) $4e^{(\pi-4)}$ (b) $3e^{(\pi-4)}$

(c) $2e^{\left(\frac{\pi-4}{2}\right)}$ (d) $e^{\left(\frac{\pi-4}{2}\right)}$

66. यदि फलन $f(x)$ जो कि

$$f(x) = \begin{cases} 3ax + b & if \quad x > 1 \\ 11 & if \quad x = 1 \\ 5ax - 2b & if \quad z < 1 \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त है, पर सतत है, $x = 1$, तो a और b का मान है-

(a) $a = 2, b = 3$ (b) $a = 1, b = 4$

(c) $a = 3, b = 2$ (d) $a = 4, b = 1$

67. ARTICLE शब्द के अक्षरों से कितने भिन्न शब्द बन सकते हैं, जबकि स्वर विषम स्थान पर ही रहें?

(a) 60 (b) 576

(c) $\frac{7!}{3!}$ (d) 120

68. यदि त्रिभुज ABC में $\tan\frac{A}{2} = \frac{5}{6}, \tan\frac{C}{2} = \frac{2}{5}$, तो-

(a) a, c, b समांतर श्रेणी में हैं

(b) a, b, c समांतर श्रेणी में हैं

(c) b, a, c समांतर श्रेणी में हैं

(d) a, b, c समांतर श्रेणी में हैं

69. आर्गान चित्र में बिन्दुओं $1, \omega, \omega^2$ को शीर्ष लेकर बना त्रिभुज है-

(a) विषमबाहु (b) समबाहु

(c) समद्विबाहु (d) समकोणिक

70. यदि $\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \pi/3$ तो x का मान होगा-

(a) $\pm\sqrt{3/2}\sqrt{7}$ (b) $\pm\sqrt{3}/\sqrt{7}$

(c) 0 (d) 1

71. $\lim_{x\to\infty}\left[\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + ... + \frac{1}{n+2n}\right]$ का मान है-

(a) log 2 (b) log 3

(c) log 4 (d) इनमें से कोई नहीं

72. समकोणीय अतिपरवलय $x^2 - y^2 = a^2$ के बिन्दु $\left(a, a\sqrt{2}\right)$ का अवसामान्य की लम्बाई है-

(a) $a\sqrt{2}$ (b) $a/\sqrt{2}$

(c) $2a$ (d) a

73. आव्यूह $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 5+2i \\ -3 & 0 & -9 \\ -5 & 9 & 0 \end{bmatrix}$ है एक-

(a) सममित आव्यूह (b) विषम सममित आव्यूह

(c) हर्मिशीय आव्यूह (d) विषम हर्मिशीय आव्यूह

74. यदि R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है और $f: R \to R$ फलन है जो कि $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$, द्वारा परिभाषित है, तो $(f \circ f)(x)$ बराबर है-

(a) $\frac{1}{x^3}$ (b) x^3

(c) x (d) $(3 - x^3)$

75. परवलय $y^2 - 8x - 4y - 4 = 0$ का शीर्ष है-

(a) (1, 2) (b) (–1, 2)

(c) (1, –2) (d) (–1, –2)

76. वक्र $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ के वह बिन्दु जहां स्पर्श रेखाएँ x-अक्ष के समान्तर हो, होगा-

(a) (0, 2), (0, 1) (b) (1, 2), (1, –2)

(c) (1, 4), (1, – 4) (d) इनमें से कोई नहीं

77. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} + my = e^{-x}$ में यदि समाकलनीय गुणांक $\frac{1}{x^2}$ है तो m का मान है-

(a) 2 (b) –2

(c) 1 (d) –1

78. तीन समुच्चयों A, B तथा C के लिए सत्य कथन है-

(a) $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$

(b) $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$

(c) $A/B = A/C \Rightarrow B = C$

(d) $A \cup B = A \cup C$ तथा $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$

79. वक्र $y = \int_0^{x^4} \frac{dt}{1+t^3}$ के उस बिन्दु P, जहां $x = 1$ है, स्पर्शी की प्रवणता है-

(a) 2 (b) 1

(c) 0 (d) $\frac{1}{4}$

80. $x^4 - 3x^3$ का $x - 2$ के घातों के प्रसार में तीसरा पद है-

(a) $12(x-2)^2$ (b) $5(x-3)^2$

(c) $6(x-2)^2$ (d) $5(x-2)^3$

81. अवकलन समीकरण $\frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = 10$ के क्रम तथा कोटि क्रमशः है-

(a) 2, 2 (b) 2, 6

(c) 2, 3 (d) 1, 6

82. यदि $\left(\sqrt{3} - i\right)^{100} = 2^{98}(a + b)$, तो $a^2 + b^2$ बराबर है-

(a) 1 (b) 4

(c) 8 (d) 16

83. अवकल समीकरण $(1 - x^2)\frac{dy}{dx} - xy = 1$ का समकलन गुणांक है-

(a) $-x$ (b) $-\frac{x}{1-x^2}$

(c) $\sqrt{1-x^2}$ (d) $\frac{1}{2}\log(1-x^2)$

84. एक रेखा, जो x-अक्ष के समान्तर है और वक्र $y = \sqrt{x}$ से 45° के कोण पर मिलती है, है-

(a) $x = \frac{1}{4}$ (b) $y = \frac{1}{4}$

(c) $y = \frac{1}{2}$ (d) $y = 1$

85. यदि $n = 50, \Sigma x = 250$ तथा $\Sigma x^2 = 2500$ हो, तो मानक विचलन है-

(a) $\sqrt{5}$ (b) 5

(c) 25 (d) इनमें से कोई नहीं

86. ABC एक समकोण त्रिभुज है। शीर्ष A से कर्ण BC पर AD लम्ब डाला गया। यदि AB = 5 सेमी तथा AC = 12 सेमी, तो AD की लम्बाई है-

(a) 156/3 सेमी (b) 65/12 सेमी

(c) 60/13 सेमी (d) 117/8 सेमी

87. यदि $\tan\theta + \sin\theta = m$ तथा $\tan\theta - \sin\theta = n$ हो, तो $m^2 - n^2$ का मान बराबर है-

(a) $4\sqrt{(mn)}$ (b) $4mn$

(c) $2\sqrt{(mn)}$ (d) $\sqrt{(mn)}$

88. एक त्रिभुज के शीर्ष (4, 6), (2, – 2) और (0, 2) हैं। इसके केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए-

(a) (2, 1) (b) (2, 3)

(c) (2, 2) (d) (1, 2)

89. निम्नलिखित में से कौन-सा समुच्चय समष्टीय समुच्च्य है?
(a) $A = \{x : x$ एक चतुर्भुज है$\}$
(b) $B = \{x : x$ एक समान्तर चतुर्भुज है$\}$
(c) $C = \{x : x$ एक आयत है$\}$
(d) $D = \{x : x$ एक वर्ग है$\}$

90. उस रेखा का समीकरण, जो बिन्दु $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ से होकर जाती है तथा $x\sec\theta + y\,\text{cosec}\,\theta = a$ पर लम्ब है, होगा-
(a) $x\cos\theta + y\sin\theta = a\sin 2\theta$
(b) $x\sin\theta + y\,\text{cosec}\,\theta = a\cos 2\theta$
(c) $x\sin\theta - y\cos\theta = a\sin 2\theta$
(d) $x\cos\theta - y\sin\theta = a\cos 2\theta$

91. एक कक्षा के 15 बालकों के वजन नीचे दी गई सारणी के अनुसार हैं

वजन (किग्रा में)	31	34	35	36	37
बालकों की संख्या	2	3	4	5	1

बालकों के वजन के बण्टन की माध्यिका होगी-
(a) 34.5 किग्रा (b) 35 किग्रा
(c) 35.5 किग्रा (d) इनमें से कोई नहीं

92. यदि $A + B + C = 270^\circ$, तब $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C + 4\sin A\sin B\sin C$ का मान होगा-
(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

93. 80 मी ऊंचे एक स्तम्भ पर 20 मी ऊँचा एक झण्डा लगा है। स्तम्भ के आधार से 50 मी की दूरी पर स्थित एक बिन्दु पर झण्डा α कोण अन्तरित करता है, तो $\tan\alpha$ का मान होगा-
(a) $\frac{2}{11}$ (b) $\frac{2}{21}$
(c) $\frac{2}{31}$ (d) $\frac{2}{41}$

94. बिन्दु (1, –2) से जाने वाली तथा दोनों अक्षों से बराबर अन्त:खण्ड काटने वाली रेखा का समीकरण है-
(a) $x + y = 1$ (b) $x - y = 1$
(c) $x + y + 1 = 0$ (d) $x - y - 1 = 0$

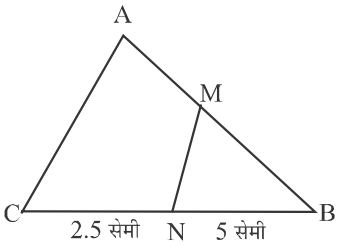
95. एक बिन्दु इस प्रकार गति करता है कि इसकी बिन्दु (3, –2) से दूरी का वर्ग संख्यात्मक रूप से इसकी रेखा $5x - 12y = 13$ से दूरी के बराबर रहता है। बिन्दु के बिन्दुपथ का समीकरण है-
(a) $x^2 + y^2 - 11x + 16y = 0$
(b) $x^2 + y^2 - 11x + 16y + 26 = 0$
(c) $x^2 + y^2 - 11x - 16y - 26 = 0$
(d) $13x^2 + 13y^2 - 83x + 64y + 182 = 0$

96. एक रेखा मूलबिन्दु से गुजरती है तथा दो दी गई रेखाओं $2x + y + 6 = 0$ व $4x + 2y - 9 = 0$ के लम्बवत् है। वह अनुपात जिसके द्वारा मूलबिन्दु इस रेखा को विभाजित करता है, है-
(a) 1 : 2 (b) 2 : 1
(c) 3 : 4 (d) 4 : 3

97. यदि $x = \log_b a, y = \log_c b, z = \log_a c$ हो, तो xyz बराबर है-
(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

98. समीकरण $(p - q)x^2 + (q - r)x + (r - p) = 0$ के मूल हैं
(a) $\frac{p-q}{r-p}, 1$ (b) $\frac{q-r}{p-q}, 1$
(c) $\frac{r-p}{p-q}, 1$ (d) $\frac{p-q}{r-p}, \frac{r-p}{p-q}$

99. यदि AC || MN, BN = 5 सेमी एवं NC = 2.5 सेमी, तो BM : AM का मान होगा



(a) 1 : 2 (b) 2 : 1
(c) 1 : 3 (d) 3 : 1

100. रेखाओं $\sqrt{3}x - y = 5$ तथा $x - \sqrt{3}y = 7$ के बीच का कोण है
(a) 30°
(b) 45°
(c) 60°
(d) इनमें से कोई नहीं

उत्तरमाला

1. (b)	**2.** (a)	**3.** (a)	**4.** (a)	**5.** (b)	**6.** (d)	**7.** (a)	**8.** (c)	**9.** (b)	**10.** (c)
11. (c)	**12.** (c)	**13.** (a)	**14.** (c)	**15.** (c)	**16.** (b)	**17.** (c)	**18.** (a)	**19.** (b)	**20.** (a)
21. (a)	**22.** (c)	**23.** (a)	**24.** (a)	**25.** (c)	**26.** (b)	**27.** (d)	**28.** (a)	**29.** (d)	**30.** (b)
31. (b)	**32.** (d)	**33.** (b)	**34.** (a)	**35.** (d)	**36.** (b)	**37.** (c)	**38.** (a)	**39.** (c)	**40.** (a)
41. (b)	**42.** (d)	**43.** (c)	**44.** (b)	**45.** (d)	**46.** (a)	**47.** (b)	**48.** (b)	**49.** (a)	**50.** (b)
51. (d)	**52.** (c)	**53.** (b)	**54.** (a)	**55.** (c)	**56.** (d)	**57.** (a)	**58.** (d)	**59.** (d)	**60.** (c)
61. (d)	**62.** (c)	**63.** (b)	**64.** (a)	**65.** (c)	**66.** (c)	**67.** (b)	**68.** (b)	**69.** (b)	**70.** (a)
71. (b)	**72.** (d)	**73.** (b)	**74.** (c)	**75.** (b)	**76.** (b)	**77.** (b)	**78.** (d)	**79.** (a)	**80.** (c)
81. (a)	**82.** (d)	**83.** (c)	**84.** (c)	**85.** (d)	**86.** (c)	**87.** (a)	**88.** (c)	**89.** (a)	**90.** (d)
91. (b)	**92.** (b)	**93.** (b)	**94.** (c)	**95.** (d)	**96.** (d)	**97.** (b)	**98.** (c)	**99.** (b)	**100.** (a)

उत्तर (हल/संकेत)

1. (b) $x^2 - (2\tan a)\,x - 1 = 0$

$\because$ $b^2 - 4ac = (2\tan\alpha)^2 - 4 \times 1 \times (-1)$

$= 4\tan^2\alpha + 4$

$= 4(\tan^2\alpha + 1)$

$= 4\sec^2\alpha$ (वर्ग राशि)

= धनात्मक

$\therefore$ मूल हमेशा वास्तविक हैं।

4. (a) $y = \sin^p x \cos^q x$

$$\frac{dy}{dx} = \sin^p x \cdot q\cos^{q-1} x(-\sin x) + \cos^q x \cdot p\sin^{p-1} x(\cos x)$$

$$= \sin^{p-1} x\cos^{q-1} x(-q\sin^2 x + p\cos^2 x)$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow p\cos^2 x - q\sin^2 x = 0$$

$\Rightarrow$ $\tan^2 x = \frac{p}{q}$ या $\tan x = \sqrt{p/q}$

$\Rightarrow$ $x = 0, \frac{\pi}{2}$ या $\tan^{-1} = \sqrt{p/q}$

पुनः $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{\sin x\cos x}\left[p\cos^2 x - q\sin^2 x\right]$

$= y[p\cos x - q\tan x]$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} = [p\cot x - q\tan x] + y[-b\,\text{cosec}^2 x - q\sec^2 x]$

$< 0, x = \tan^{-1}\sqrt{p/q}$ के लिए

5. (b) $\because$ मूलों का गुणनफल $= (k - 10)$

$\Rightarrow$ $-2 = k - 10$

$\therefore$ $k = 8$

6. (d) $\because$ $x^2 - px + (p - 15) = 0$ के दोनों मूल समान हैं

$\therefore$ $(-p)^2 = 4(8p - 15)$

$\Rightarrow p^2 = 32p - 60$

$\Rightarrow p^2 - 32p + 60 = 0$

$\therefore$ $p = 2, 30$

7. (a) $T(a, b, c) = (a, b) = (0, 0)$

$\Rightarrow$ $a = 0, b = 0$

$\therefore$ $K(T) = (0, 0, c)$

21. (a) $P(\alpha/\beta) = \frac{P(\alpha\beta)}{P(\beta)} = \frac{10/100}{15/100} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

22. (c) शब्द VOWELS में

पहले स्थान पर E रखने के बाद शेष 5 अक्षरों को 5! तरीके से लिया जा सकता है।

अतः अभीष्ट तरीके $= 1 \times 5! = 120$

25. (c) $b^2 = (2a - b)(2c - b)$

$= 4ac - 2ab - 2bc + b^2$

$\Rightarrow$ $0 = 4ac - 2ab - 2bc$

$\Rightarrow$ $2ac \pm ab + bc = b(a + c)$

$\Rightarrow$ $\frac{2}{b} = \frac{(a+c)}{ac} = \frac{1}{c} + \frac{1}{a}$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ स. श्रेणी में

$\Rightarrow$ a, b, c हरात्मक श्रेणी में (दिया है)

27. (d) $\therefore$ $\cos^{-1}(\sqrt{1-x^2}) = \sin^{-1} x$

अतः $\sin^{-1} x$ का $\sin^{-1} x$ के सापेक्ष अवकलन 1 होगा।

28. (a) $(1 - y^2)\frac{dx^2}{dy^2} + yx = ay$

$$\frac{dx^2}{dy^2} + \frac{y}{1-y^2}x = a\frac{y}{1-y^2}$$

समाकल गुणांक (Integrating Factor) $= e^{\int \frac{y}{1-y^2}dy}$

$= e^{-\frac{1}{2}\log(1-y^2)}$

$(1 - y^2)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$

29. (d) यहां $V = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0\}$

तथा $W = \{x, y) : xy - 0\}$

दोनों की उपसमष्टि नहीं है क्योंकि यह

$\alpha \in V, \beta \in V \Rightarrow \alpha - \beta \in V$ तथा $\alpha \in V, \alpha \in F \Rightarrow a\alpha \in F$

को सन्तुष्ट नहीं करती है।

30. (b) माना जो फलन $F(x) - g(x)$

यह फलन सतत है

यह अवकलनीय है।

$F(x) = f'(x) - g'(x) = 0$

$\therefore$ $F(x) =$ constant

$\therefore$ $f(x) - g(x) =$ constant

31. (b) Vector, irrotational है, अतः curl $\vec{F} = 0$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x + 2y + az & 0 & x \end{vmatrix} = 0$$

$\therefore$ $i(0) - j(1 + a) + k(2) = 0$

$-j(1-a)+2k=0$

अत: $a=+1$

32. (d) चूँकि समिश्र संख्याओं की तुलना नहीं की जा सकती है। अत: (d) सत्य है।

33. (b) सम्बन्ध R निम्न प्रकार परिभाषित है

$xRy=\{(x,y), x,y\in N: 2x+y=41\}$

$xRy=\{(x,x) \therefore x\in N: 2x+x=41\}$

किन्तु यह सत्य नहीं है $x=\frac{41}{3}$ एक प्राकृतिक संख्या नहीं है

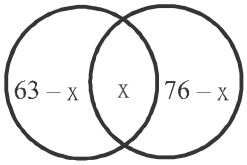
अत: स्वतुल्य नहीं है।

यहाँ $xRy=\{(x,y)\ x,y\in N: 2x+y=41\}$

$xRy=\{(y,x)\ x,y\in N: 2y+x=41\}$

$\therefore$ $xRy=yRx$, अत: सम्बन्ध सममित है।

34. (a) चित्र से स्पष्ट है कि



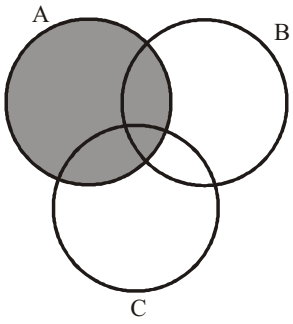
$63-x+x+76-x=100$

$\therefore$ $139-100=x=39$

$x=39\%$

35. (d) Venn diagram से स्पष्ट है

कि $(A-B)\cup(A-C)=A-(B\cap C\ )$



36. (b) $2|x|+3|y|\le 6$

प्रथम चतुर्थांश में, $2x+3y\le 6$

$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}\le 1$

द्वितीय चतुर्थांश में, $-2x+3y\le 1$

$\frac{x}{-3}+\frac{y}{-2}\le 1$

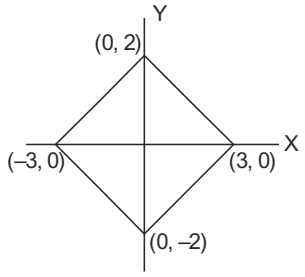
तृतीय चतुर्थांश में, $-2x-3y\le 6$

$\frac{x}{-3}+\frac{y}{-2}\le 1$

चतुर्थ चतुर्थांश में, $2x-3y\le 6$

$\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}\le 1$

अभीष्ट क्षेत्रफल $=4\times\frac{2\times 3}{2}=12$ वर्ग इकाई



37. (c) $\begin{vmatrix} x & 0 & 7 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}=0$

$x(6+1)+7(-1-4)=0$

$7x-35=0$

$\therefore$ $x=5$

38. (a) दिया है, $\sin^{-1}(\cot\theta)$

$\cot\theta=x$ रखने पर,

$\sin^{-1}x=\log(x+\sqrt{x^2+1})$

$=\log(\cot\theta+\sqrt{\cot^2\theta+1})$

$=\log(\cot\theta+\text{cosec}\,\theta)$

39. (c) यहाँ $a*b=1+a+ab$

$b*a=1+b+ba\ne a*b$

अत: क्रमविनिमेय नहीं है।

$a*(b*c)=a*(1+b+bc)$

$=1+a+a(1+b+bc)$

$=1+a+a+ab+abc$

$(a*b)*c=(1+a+ab)*c$

$=1+1+a+ab+(1+a+ab)c$

$=1+1+a+ab+c+ac+abc$

अत: $a*(b*c)\ne(a*b)*c$

अत: साहचर्य नहीं है

$\therefore$ न तो साहचर्य और न क्रमविनिमेय है।

40. (a) यहां a,b प्राकृतिक संख्याएं हैं

तथा $a\,Rb$ यदि a और b सह-अभाज्य हैं अर्थात् a और b में 1 के अलावा कोई और गुणनखण्ड नहीं है

यहाँ $a\,Ra$ सत्य है अर्थात् स्वतुल्य है

$a\,R\,b\Rightarrow b\,R\,a$ अर्थात् सममित है

अत: स्वतुल्य एवं सममित है

41. (b) चर $x=0,1,2,3$ ....., n तथा बारम्बारता $f=q^n$, $nc_1^{n-1}qp,.....,p^n$

Mean $=\frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$

$0\times q^n+1\times nc_1q^{n-1}p+2\times nc_2q^{n-2}p^2$

$$= \frac{+ .... + n \cdot p^n}{q^n + nc_1 q^{n-1} p + nc_2 q^{n-1} p^2 + ... + p^n}$$

$= (q + p)^n = 1$

Mean $= n \cdot q^{n-1} + n \cdot (n-1)\, c_1 q^{n-2} p^2 + n \cdot n - 1$
$c_2 q^{n-3} p^3 + ... + np^n$

$= np\,(q^{n-1} + n-1\, c_1 q^{n-2} p + n-1 c_1 q^{n-3} p^2$
$+ .... + p^{n-1})$

$= nq\,(q + p)^{n-1} = np\,(1)^{n-1} = np$

42. (d) मान लो संख्याएं a, b, c हैं, तो
a, b, c ह. श्रे. में हैं

$\therefore \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ सं. श्रे. में हैं $\therefore \frac{2}{b} = \frac{1}{a}, \frac{1}{c}$ ...(1)

दिया है $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 15$ ...(2)

और $\frac{1}{abc} = 80$ ...(3)

(1) और (2) से $\frac{3}{b} = 15 \therefore b = \frac{1}{5}$

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2 \times 5}{1} = 10$

$\frac{1}{ac} = 80 \times \frac{1}{5} = 16$

$\therefore \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)^2 = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)^2 - \frac{4}{ac}$
$= 100 - 64 = 36$

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = 10$

$\frac{1}{a} - \frac{1}{c} = 6$

$\therefore \frac{2}{a} = 16, a = \frac{1}{8}$

$\frac{2}{c} = 4 \quad \therefore c = \frac{1}{2}$

अत: संख्याएं a, b, c अर्थात् $\frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}$ हैं।

या $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}$ हैं।

53. (c) $R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C} = \frac{abc}{4\Delta}$

यहां $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$\therefore s = \frac{a+b+c}{2}$

$= \frac{15+20+25}{2} = 30$

$\therefore \Delta = \sqrt{30(30-15)(30-20)(30-25)}$
$= \sqrt{30 \times 15 \times 10 \times 5} = 150$

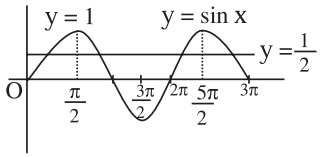
$R = \frac{15 \times 20 \times 25}{4 \times 150} = \frac{50}{4}$

$= \frac{25}{2} = 12.5$

44. (b) $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$
$2\sin^2 x + 6\sin x - \sin x - 3 = 0$
$2\sin x(\sin x + 3) - (\sin x + 3) = 0$
$(2\sin x - 1)(\sin x + 3) = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$ या -3

$\because \sin x \neq -3$
$-1 \le \sin x \le 1$
$\sin = \frac{1}{2}$



चित्र से स्पष्ट है कि $y = \sin x = \frac{1}{2}$ चक्र को चार बिन्दुओं पर काटता है, अत: x के मानों की संख्या चार होगी।

45. (d) $f(x) = 2x$ समाकलन करने पर
$f(x) = x^2 + C, f(0) = 0$
$0 = 0 + C \Rightarrow C = 0$

$\therefore f(x) = x^2$
$f(2) = 2^2 = 4$

46. (a) Volume of parallelopiped

$= \vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = [\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$

$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & -4 \end{vmatrix} = 1$

$(-21) - 2(8) - 1\,(-14)$
$= -21 - 16 + 14 = -23$

$= 23$ घन इकाई

47. (b) मान लो समतल $\vec{r} \cdot (2i - j - 2k) = \lambda$ है

$(xi + yj + zk)\,.\,(2i - j - 2k) = \lambda$

बिन्दु $(-2i + 6j - 6k)$ समतल पर स्थित हैं अत:

$(-2i + 6j - 6k) \cdot (2i - j - 2k) = \lambda$

$-4 - 6 + 12 = \lambda = 2$

अत: समतल है $\vec{r}\ (2i - j - 2k) = 2$

48. (b) $f(x)=\sqrt{\log_{10}\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)}$

फलन के लिए

$\log_{10}\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)>0$

$\therefore \quad \frac{5x-x^2}{4}>10^o=1$

$5x-x^2>4$

$x^2-5x+4<0$

$(x-4)(x-1)<0$

$\therefore \quad 1<x<4 \qquad$ या $\qquad (1, 4)$

49. (a) $|A-\lambda I|=\begin{vmatrix}-2-\lambda & 0\\ 0 & -3-\lambda\end{vmatrix}=0$

$\therefore \quad (2+\lambda)(3+\lambda)=0$

$\lambda^2+5\lambda+6=0$

अत: Caley- Hamiltan theorem से

$A^2+5A+6I=0$

50. (b) $3^{4n+2}+5^{2n+1}=9\,(3^4)^{n\cdot}+5\cdot(5)^{2n}$

$=9\times1^n+5\cdot(25)^n$

$n=1$, संख्या $9+5=14$ जो 14 से विभाजित है

$n=2$ संख्या $=9\times81+5\times25$

$729+125=854$

$=61\times14$ जो कि 14 से विभाजित है।

अत: n की सभी values के लिए संख्या 14 से विभाजित है।

51. (d) दिया है $a^5=e$

हम जानते हैं कि

$(bab^{-1})^n=ba^nb^{-1}\ n\in N$

$\therefore \quad (bab^{-1})^5=ba^5b^{-1}=beb^{-1}a^5=e$

$=bb^{-1}=e$

$\therefore \quad (b^2)^5=e \ \therefore \ b^{10}=e$

अत: b की कोटि 10 है।

52. (c) $\tan\left[\cos^{-1}\frac{4}{5}+\tan^{-1}\frac{2}{3}\right]=\tan\left[\tan^{-1}\frac{3}{4}+\tan^{-1}\frac{2}{3}\right]$

$=\tan\cdot\tan^{-1}\left(\frac{\frac{3}{4}+\frac{2}{3}}{1-\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}}\right)$

$=\tan\cdot\tan^{-1}\left(\frac{17}{6}\right)=\frac{17}{6}$

53. (b) $\frac{A-B+C}{2}=\frac{A+B+C-2B}{2}$

$=\frac{\pi-2B}{2}=\frac{\pi}{2}-B$

$\therefore \quad A+B+C=\pi$

$\therefore \quad 2ac\sin\left(\frac{A-B+C}{2}\right)=2ac\sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right)$

$\left[\because \cos B\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\right]$

$=2ac\cos B=a^2+c^2-b^2$

54. (a) $\sum_{r=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+r^2}=\sum_{r=1}^{\infty}\frac{n}{n^2\left(1+\frac{r^2}{n^2}\right)}$

$=\int_0^1\frac{1}{1+x^2}dx$

$=\left(\tan^{-1}x\right)_0^1=\frac{\pi}{4}$

55. (c) अभीष्ट समतल का समीकरण है

$5(x+3)+2(y-0)-1(z-7)=0$

$5x+2y-z+22=0$

56. (d) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx,$

$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}}{\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}+\sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}}dx$

$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$

जोड़ने पर $\quad 2I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}dx=\frac{\pi}{2}$

$I=\frac{\pi}{4}$

58. (d) चूंकि $|x|$ एक सतत फलन है अत:

$y=|x|+3$ एक सतत फलन है।

किन्तु $|x|, x=0$ पर अवकलनीय नहीं होता है।

अत: $y=|x|+3$ भी $x=0$ पर अवकलनीय नहीं है।

59. (d) चूंकि $AH=G^2$

यहां समान्तर माध्य, $A=16$ तथा हरात्मक माध्य,

$H=\frac{63}{4}$ तो गुणोत्तर माध्य

$G^2=16\times\frac{63}{4}$

$=4\times63$

$G=6\sqrt{7}$

60. (c) $2ab\sin\frac{1}{2}(A+B-C)=2ab\sin\frac{1}{2}(\pi-C-C)$

$[\because A+B+C=\pi]$

$$= 2ab \sin\left(\frac{\pi}{2} - c\right) 2ab \cos c$$

$$= 2ab\left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\right) = a^2 + b^2 - c^2$$

61. (d) $x\sqrt{3} - y = 5$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\sqrt{3} - \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \quad m_1 = \frac{dy}{dx} \sqrt{3}$$

तथा $x + \sqrt{3y} = 4$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$1 + \sqrt{3}\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \quad m_2 = \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

अत:
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right)$$

$$= \tan^{-1} \frac{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$$

$$\theta = \tan^{-1}\infty$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

63. (b) माना a, b अर्द्ध और अर्द्ध संयुग्मी अतिपरवलय अक्ष हैं,
अत: $b^2 = a^2 (e^2 - 1)$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{e^2} = \frac{a^2}{a^2 + b^2} \qquad ....(1)$$

और $a^2 = b^2(e'^2 - 1)$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{e'^2} = \frac{b^2}{a^2 + b^2} \qquad ....(2)$$

समीकरण (1) और (2) को जोड़ने पर,

$$\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2}$$

या $$\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$$

65. (c) $$\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2^2}{n^2}\right)\left(+\frac{3^2}{n^2}\right)....\left(1+\frac{n^2}{n^2}\right)\right]^{1/n}$$

$$= 2e^{\frac{\pi-4}{2}}$$

66. (c) $x = 1$ पर सतत है, अत:

$$\text{LHD} = \lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1}(5ax - 2b)$$

$$= 5a \times 1 - 2b = 5a - 2b$$

$$\text{RHD} = \lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 1}(3ax + b)$$

$$= 3a \times 1 + b = 3a + b$$

तथा $f(1) = 11$

$$\text{LHD} = \text{RHD} = f(1)$$

$$5a - 2b = 11 \qquad ...(1)$$

$$3a + b = 11 \qquad ...(2)$$

समी. (1) तथा (2) को हल करने पर

$$a = 3 \text{ व } b = 2$$

67. (b) शब्द में कुल अक्षर = 7
जिनमें 4 विषम तथा 3 सम स्थान हैं ।
3 स्वरों को 4 विषम स्थानों पर ${}^4P_3$ प्रकार से तथा शेष 4 व्यंजनों को 3 सम स्थानों पर ${}^4P_3$ प्रकार से रखा जा सकता है।
अत: अभीष्ट प्रकार $= {}^4P_3 \times {}^4P_3$

$$= 24 \times 24 = 576$$

70. (a) $\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}$

$$\Rightarrow \quad \sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \sin^{-1}\left(\sqrt{3/2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \sin^{-1} x - \sin^{-1}\left(\sqrt{3/2}\right) = \sin^{-1} 2x$$

$$\Rightarrow \quad \sin^{-1}\left[x\sqrt{\left(1-\frac{3}{4}\right)} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2}\right] = \sin^{-1} 2x$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2} = -2x$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{2} + 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2}$$

$$\Rightarrow \quad 5x = \sqrt{3}\sqrt{1-x^2}$$

$$\Rightarrow \quad 25x^2 = 3\,(1 - x^2)$$

$$\Rightarrow \quad = 3 - 3x^2$$

$$\Rightarrow \quad 28x^2 = 3$$

$$\therefore \quad x^2 = \frac{3}{28} \text{ या } x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

73. (b) माना $$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5+2i \\ -3 & 0 & -9 \\ -5-2i & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

$\therefore \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -5-2i \\ 3 & 0 & 9 \\ 5+2i & -9 & 0 \end{bmatrix}$

$= -\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5+2i \\ -3 & 0 & -9 \\ -5-2i & 9 & 0 \end{bmatrix}$

$= -A$

74. (c) दिया है, $f(x) = (3-x^3)^{1/3}$

$\therefore \quad f0f(x) = f(f(x))$

$= f((3-x^3)^{1/3},$

$= [3 - \{(3-x^3)^{1/3}\}^3]^{1/3}$

$= [3-(3-x^3)]^{1/3} = (x^3)^{1/3}$

$= x$

75. (b) दिए परवलय का समीकरण

$y^2 - 8x - 4y - 4 = 0$

$(y-2)^2 = 8(x+1)$

अत: परवलय का शीर्ष $(-1, 2)$ है।

76. (b) दिया वक्र,

$x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 \quad ...(1)$

$\Rightarrow \quad 2x + 2y\frac{dy}{dx} - 2 = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1-x}{y}$

$\because$ स्पर्श-रेखा x-अक्ष के समानान्तर है।

$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{1-x}{y} = 0$

$\Rightarrow \quad x = 1$

$x = 1$ समी (1) में रखने पर,

$1 + y^2 - 2 - 3 = 0$

$\Rightarrow \quad y^2 = 4$

$\Rightarrow \quad y = \pm 2$

$\therefore$ बिन्दुओं $(1, 2)$ तथा $(1, -2)$ पर स्पर्श रेखा x-अक्ष के समानान्तर है।

77. (b) $x\frac{dy}{dx} + my = e^{-x}$

$\Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} + \frac{m}{x}y = \frac{e^{-x}}{x}$

I.F. $= e^{\int \frac{m}{n}dx}$

$= e^{m\log x} = x^m$

$= \frac{1}{x^2}, x^m = x^{-2}$

$\therefore \quad m = -2$

78. (d) $A \cup B = A \cup C$ तथा $A \cap B = A \cap C$

$\Rightarrow \quad B = C$

80. (c) माना $f(x) = x^4 - 3x^3$

$\Rightarrow \quad f^{i}(x) = 4x^3 - 9x^2$

$f^{ii}(x) = 12x^2 - 18x,$

$f^{iii}(x) = 24x^4 - 18$

$f^{iv}(x) = 24$

$\Rightarrow \quad f(2) = -8$

$f^{i}(2) = -4,$

$f^{ii}(2) = 12,$

$f^{iii}(2) = 30,$

$f^{iv}(2) = 24$

टेलर प्रमेय से,

$f(x) = f(2) + (x-2)f'(2) + \frac{(x-2)^2}{2!}$

$f^{ii}(2) + \frac{(x-2)^3}{3!} f^{iii}(2) + \frac{(x-4)^4}{4!} f^{iv}(2)$

$\therefore \quad x^4 - 3x^3 = -8 + (x-2)(-4) + \frac{(x-2)^2}{2!}$

$\times 12 + \frac{(x-2)^3}{3!} \times 30 + \frac{(x-2)^4}{4!} \times 24$

$\Rightarrow \quad x^4 - 3x^3 = -8 - 4(x-2) + 6(x-2)^2$

$+ 5(x-2)^3 + (x-2)^4$

$x^4 - 3x^3$ के प्रसार में तीसरा पद $= 6(x-2)^2$

81. (a) दी गई अवकलन समीकरण को निम्न प्रकार से लिख सकते हैं,

$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2} = 10\frac{d^2y}{dx^2}$

$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = 100\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2$

यहां उच्चतम अवकलन $\frac{d^2y}{dx^2}$ है जिसकी घात भी 2 है।

अत: कोटि 2, घात $= 2$

82. (d) $\left(\sqrt{3}+i\right)^{100} = \left[2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)\right]^{100}$

$= 2^{100}\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{50\pi}{3}\right)$

$= 2^{100}\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 2^{98}\left(-2 + 2\sqrt{3}i\right)$

$\Rightarrow$ $a = -2, b = 2\sqrt{3}$

$\therefore$ $a^2 + b^2 = (-2)^2 + (2\sqrt{3})^2$

$= 16$

83. (c) $\frac{dy}{dx} - \left(\frac{x}{1-x^2}\right)y = \frac{1}{1-x^2}$

$\therefore$ समाकलन गुणांक (I.F.)

$= e^{\int \frac{-x}{1-x^2}dx}$

$= e^{\frac{1}{2}\log(1-x^2)}$

$= e^{\log_e \sqrt{1-x^2}}$

$= \sqrt{1-x^2}$

84. (c) दिया है, $y = \sqrt{x} \Rightarrow y^2 = x$

$2y\frac{dy}{dx} = 1$

या $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y} = 1 \Rightarrow 2y = 1$

$\Rightarrow$ $y = \frac{1}{2}$

85. (d) दिया है, $n = 50, \Sigma x = 250, \Sigma x^2 = 2500$

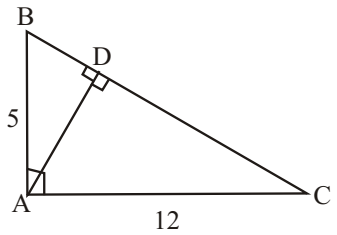
माध्य $(\bar{x}) = \frac{250}{50} = 5$

$\therefore$ मानक विचलन

$= \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma(x^2 + \bar{x}^2 - 2\bar{x}x)}{n}}$

$= \sqrt{\frac{2500 + 25 - 2\times5\times250}{50}} = \sqrt{\frac{25}{50}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

86. (c)



$\because$ $(BC)^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

$\Rightarrow$ $BC = \sqrt{169}$

$\therefore$ $BC = 13$ सेमी

$\because$ $\frac{AB \times AC}{2} = \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

$\because$ $\frac{BC \times AD}{2} = \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

$\therefore$ $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{BC \times AD}{2}$

$\Rightarrow 5 \times 12 = 13 \times AD \Rightarrow AD = \frac{60}{13}$ सेमी

87. (a) $m = \tan\theta + \sin\theta$, $n = \tan\theta - \sin\theta$

$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$

$= (\tan\theta + \sin\theta + \tan\theta - \sin\theta)$

$(\tan\theta + \sin\theta - \tan\theta + \sin\theta)$

$= 2\tan\theta \times 2\sin\theta = 4\sin\theta \times \tan\theta$

$mn = \tan^2\theta - \sin^2\theta = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta$

$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}(1 - \cos^2\theta) = \tan^2\theta \sin^2\theta$

$\sqrt{mn} = \tan\theta . \sin\theta$

$\therefore$ $m^2 - n^2 = 4\sin\theta . \tan\theta = 4 \times \sqrt{mn}$

88. (c) $x = \frac{4+2+0}{3} = \frac{6}{3} = 2$

तथा $y = \frac{6-2+2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

अत: केन्द्रक के निर्देशांक (2, 2) हैं।

89. (a) वर्ग, आयत व समान्तर चतुर्भुज सभी चतुर्भुज की श्रेणी में आते हैं।

90. (d) दी गई रेखा का समीकरण

$x\sec\theta + y\,\mathrm{cosec}\theta = a \Rightarrow \frac{x}{\cos\theta} + \frac{y}{\sin\theta} = a$

$\Rightarrow$ $x\sin\theta + y\cos\theta = a\sin\theta\cos\theta$ ...(i)

समी. (i) पर लम्ब रेखा का समीकरण

$x\cos\theta - y\sin\theta = \lambda$ ....(ii)

$\because$ रेखा बिन्दु $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ से होकर जाती है।

$\therefore$ $a\cos^4\theta - a\sin^4\theta = \lambda$

$\Rightarrow$ $a\cos2\theta = \lambda$

λ का मान समी. (ii) में रखने पर,

$x\cos\theta - y\sin\theta = a\cos2\theta$

91. (b)

वजन	31	34	35	36	37
बारम्बारता	2	3	4	5	1
संचयी बारम्बारता	2	5	9	14	15

$\because$ $n = 15$

माध्यिका $= \frac{15+1}{2} = 8$वां पद

8वां पद संचयी बारम्बारता 9 में है।

$\therefore$ माध्यिका = 35 किग्रा

92. (b) $A + B + C = 270°$

$\Rightarrow A = B = C = 90°$

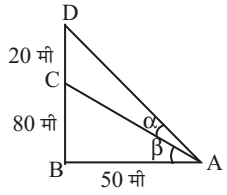
$\cos2A + \cos2B + \cos2C + 4\sin A \sin B \sin C$

$= \cos180° + \cos180° + \cos180° + 4\sin90°\sin90°\sin90°$

$= (-1) - (-1) + (-1) + 4(1)(1)(1)$

$= -3 + 4 = 1$

93. (b) माना कि $\angle BAC = \beta$



$\therefore \quad \tan\beta = \frac{80}{50} = \frac{8}{5}$

अब, $\tan(\alpha+\beta) = \frac{20+80}{50} = \frac{100}{50} = 2$

$\Rightarrow \quad \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = 2$

$\Rightarrow \quad \frac{\tan\alpha + \frac{8}{5}}{1-\frac{8}{5}\tan\alpha} = 2$

$\Rightarrow \quad \tan\alpha = \frac{2}{21}$

94. (c) अक्षों से बराबर अन्त:खण्ड (माना a) काट वाली रेखा का समीकरण

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = 1 \text{ या } x+y=a \text{ है।}$$

लेकिन यह $(1, -2)$ से होकर जाती है।

अत: $\quad 1-2 = a$

$\Rightarrow \quad a = -1$

अत: सरल रेखा का समीकरण होगा

$$x+y+1=0$$

95. (d) $(h-3)^2+(k+2)^2 = \left|\frac{5h-12k-13}{\sqrt{25+144}}\right|$

(h, k) को (x, y) से परिभाषित करने पर,

$13x^2 + 13y^2 - 83x + 64y + 182 = 0$

जोकि बिन्दु के बिन्दुपथ का अभीष्ट समीकरण है।

97. (b) $xyz = \log_b a \times \log_c b \times \log_a c$

$$= \frac{\log_e a}{\log_e b}\times\frac{\log_e b}{\log_e c}\times\frac{\log_e c}{\log_e a} = 1$$

98. (c) $(p-q)x^2 + (q-r)x + (r-p) = 0$

$$x = \frac{(r-p) \pm \sqrt{(q-r)^2 - 4(r-p)(p-q)}}{2(p-q)}$$

$$= \frac{(r-p)\pm(q+r-2p)}{2(p-q)} = \frac{r-p}{p-q}, 1$$

99. (b) $\because \Delta BMN$ व ΔBAC समरूप त्रिभुज हैं।

$\therefore \quad \frac{BM}{AM} = \frac{BN}{CN} = \frac{5}{2.5} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow \quad BM : AM = 2 : 1$

100. (a) दी गई रेखाएँ $\sqrt{3}x - y = 5$ तथा $x - \sqrt{3}y = 7$

$a_1x + b_1y = c_1$ से तुलना करने पर,

$a_1 = \sqrt{3}$, $b_1 = -1$ तथा $a_2 = 1, b_2 = -\sqrt{3}$

माना कि दोनों रेखाओं का मध्य कोण θ है।

तब, $\quad \tan\theta = \left|\frac{b_1a_2 - b_2a_1}{a_1a_2 + b_1b_2}\right|$ से,

$$= \left|\frac{-1\times1-(-\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times1+(-1)\times(-\sqrt{3})}\right|$$

$$= \left|\frac{-1+3}{\sqrt{3}+\sqrt{3}}\right|$$

$$= \left|\frac{-2}{2\sqrt{3}}\right|$$

$$= \left|-\frac{1}{\sqrt{3}}\right|$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$$

$-\tan\theta.\cot(90-\theta) + \sec\theta.\operatorname{cosec}(90-\theta)$

❑❑❑